

Universität Lettlands  
Rat der Habilitation und Promotion in der  
Mathematik

ZUSAMMENFASSUNG  
der Promotionsarbeit  
'Die Theorie der kombinatorischen Karten und  
ihre Anwendung in der graphen-topologischen  
Berechnungen'  
von Dainis Zeps

Rīga, 1997

Rīga, 1997

Die Promotionsarbeit wurde an der Universität Lettlands am Institut für Mathematik und Informatik vom Jahre 1987 bis 1997 ausgearbeitet.

Die Art der Arbeit: Dissertation in der Mathematik in der Sektion der diskreten Mathematik.

Arbeitsleiter: Paulis Kikusts, Dr. math.

Rezensenten der Arbeit:

Rūsiņš Freivalds, Dr. hab. comp. sci.

Indulis Strazdiņš, Dr. hab. math.

Jan Kratochvil, Dr. math., Karls-Universität in Prag

Die Verteidigung der Arbeit findet in der offenen Versammlung des Rates der Habilitation und Promotion der Universität Lettlands statt. Die Arbeit und ihre Zusammenfassung kann man in der Bibliothek an Kalpaka bulvaris 4 einsehen.

## Die allgemeine Information

Im Grunde dieser Arbeit ist die Forschungen der letzten Jahre gelegt, aber in derselben Zeit kann man diese Dissertation als Zusammenfassung der längeren Arbeit, die unter der Leitung von Emanuel Grinberg schon in dem Jahre 1978 begann, betrachten.

Die graphentheoretischen Aufgaben unter der Leitung von Emanuel Grinberg lösend und Anwendungen ihnen suchend kamen wir zu Ideen und Methoden, die im Grunde der Konstruktionsmethoden der effektiven Algorithmen gelegt sind. Die erste solche algorithmische Lösungen waren mit Dreiverhaltenheit und Planarität verbunden, die ihrer Natur nach graphentopologische Probleme waren. Diese topologische Natur in der graphentopologischen Forschungen ist während aller diesen Jahre der Forschungen erhalten worden, und daher ist es logisch, daß diese Forschungen zum Ende zu Schemen der Graphenrotationen kamen, das das zentrale Thema dieser Arbeit ist.

Die theoretischen Forschungen der vorigen Jahre auf dem Gebiet der Graphentheorie und der Konstruktion der graphentheoretischen Algorithmen sind immer Hand in Hand gegangen, was man auch in den Ergebnissen erwiesen hat, d.h. in diesem Beitrag, was wir gegeben haben.

So gab die praktische Aufgabe der Einbettung des aplanaren Graphes in der Ebene mit der Durchführung der Kreuzungen der Kanten mit eingeführten neuen Vertizen der Einleitung der Forschungen über der Teilung des Graphes in Dreikomponenten Platz. Die Ergebnisse dieser Forschungen sind in der Arbeit [7] gegeben. Leider war diese Arbeit nicht weiter als in dem republikanischen Algorithmusfonds publiziert. Seit 1990 erschien

eine ganze Reihe von Arbeiten [zum Beispiel [36, 37, 38]], wo alle diese Arbeiten dieselbe Aufgabe lösten, was wir schon im Jahre 1984 gelöst hatten.

Doch die Schwierigkeiten dieser Probleme gab eine Antreibung für die theoretischen Forschungen über die Dreiverhaltenheit der Graphen in der dynamischen Einsicht, wo der Graph als eine Sequenz der Kanten betrachtet ist. Die klassische Theorie der Dreiverhaltenheit von Tutte war nicht brauchbar im neuen dynamischen Falle. Eine alternative Theorie wurde gebildet und die Ergebnisse waren in der Arbeit [9] erleuchtet.

In dieser Theorie wird der Graph als leer am Beginn betrachtet und in jedem Schritt ist ihm eine neue Kante zugegeben, wo der Graph immer als verteilt in Dreikomponenten gehalten ist. Im Unterschied von der Tuttheorie, wo der Graph und seine Teile als die Mengen der Kanten ( so auch die drei Typen der Dreikomponenten entsprechend die Graphen, Polygonen und 'bonds' mit zugesetzten virtualen Kanten (als Untermengen der Kantenmenge)) betrachtet sind, besteht in unserer Theorie der Graph aus Basen, was die entsprechenden Untermengen der Vertizenmenge für schon geteilten Graph in der Dreikomponenten sind, wo der Basentypus dem Typus der Dreikomponenten entspricht.

Gleich mit der Bildung der neuen theoretischen Vorstellungen war ein Programm auf Computer gebildet, was den Graph geteilt in den Dreikomponenten unterhielt, wo ein neuer Zustand des Graphes durch den Zusatz einer neuen Kante erreicht war. Es erwies sich, daß das Programm sehr kompliziert war, was viele vorige unsere Vorstellungen änderte und als zugebliche Ansporn neuer Theoriebildung diente.

Während der Programmbildung kamen wir zu Beschluß , daß man ohne der Dreikomponenten auch die dualen Graphen der Komponenten unterhalten werden müßen. Es erschien die Frage, was als dualer Graph des aplanaren Graphes zu betra-

chten wäre. Diese Frage war positiv gelöst durch die Entdeckung des einfachsten Schema der Graphenrotationen. Später erwies sich, daß dieses Schema ein bekannter Fakt ist, was nicht nur einmal durch vielen Mathematikern entdeckt ist. Als erster Entdecker ist der deutsche Mathematiker des 19. Jahrhunderts Heffter [19] bekannt. Aber als der Entdecker der letzteren Jahre und der Author der Idee, daß durch die Fixierung der Kantenrotation eine Einbettung des Graphes auf einer Oberfläche fixiert ist, mehr bekannt ist Edmonds. Mit dieser Zeit begannen wir die Forschungen auf dem Gebiet der Graphenrotationseigenschaften. Heute heißt dieses Gebiet Theorie der kombinatorischen Karten.

In dem Jahre 1993, mit fortsetzenden Forschungen an die Theorie der Dreiverhaltenheit der Graphen, kamen wir zu einem Gedanken in dem Schema der Dualität statt der Vertexen und Kanten die Ecken zwischen nebenliegenden Kanten in der fixierten Kantenrotation zu verbrauchen. In diesem Falle wird selbst das Schema der Dualität selbstdual, denn das duale Objekt der Ecke ist auch die Ecke. Mit Forschungen dieser Objekte kamen wir direkt zu den kombinatorischen Karten. Während der Frühjahrs des Jahres 1994 arbeiteten wir drei Monate in der Prager Universität in einer Gruppe der Mathematiker unter der Leitung des Professors Nešetřil, und diese Theorie wurde bis zu einer gewissen Reife entwickelt, und die Ergebnisse sind in der Arbeit [11] geschildert.

Heute entwickelt sich die Theorie der kombinatorischen Karten sehr schnell. Das kann man an der großen Anzahl der Arbeiten auf diesem Gebiet und auch daran sehen, daß das erste Buch über diese Thema erschienen ist, nämlich die Monografie der in New Zealand arbeitenden Mathematiker Bonnington und Little 'Foundations of topological graph theory' [14].

Im Grunde dieser Dissertation ist die Theorie der kombinatorischen Karten gelegt, und die wichtigsten Ergebnisse sind in

den drei veröffentlichten Arbeiten [11, 12, 13] ausgelegt.

Die Graphen sind sehr einfache Objekte, aber die Einbettungen der Graphen in die kombinatorische Oberfläche, wie es sich erscheint, sind noch einfachere kombinatorische Objekte.

Die kombinatorische Karten als kombinatorische Objekte kann man in verschiedenen Weisen einführen, zum Beispiel,

1) die Paare der Permutationen mit der Bedingung, daß ihre Multiplikation eine Involution ohne fixierte Elemente ist [Graphen auf orientierbare Oberfläche]

2) die Paare der Permutationen ohne zugesetzte Bedingung [Multigraphen auf orientierbare Oberfläche];

3) 3-Graphen [14] [Multigraphen auf nicht orientierbare Oberfläche];

4) die Triplizen der Involutionsen ohne fixierte Elemente [Multigraphen auf nicht orientierbare Oberfläche];

5) von Tutte definierte kombinatorische Karten [31] [Graphen auf nicht orientierbare Oberfläche].

Unsere Forschung betrifft alle diese Representationen, aber diese Arbeit betrachtet besonders die zwei ersten Representationen. In unserer Auffassung gibt es da zwei unterschiedliche Interpretationen dieser Objekte. Zuerst, die Grundobjekte in unserer Theorie sind rein geometrische Objekte, nämlich, die Ecken zwischen nebenliegenden Kanten in der fixierten Kantenrotation. Zweitens, statt der Multigraphen betrachten wir Parzialgraphen. d. h. Untergraphen.

Die Forschung der kombinatorischen Karten umfaßt die Karten selbst, ihre Eigenschaften, ihre Einteilung in verschiedene Klassen nach dem kombinatorischen Knoten der Karte, wie auch die Isomorphismus zwischen ihnen. Bei Forschung der Parzialkarten ist der Begriff der Abbildung der Parzialkarte eingeleitet. Es ist sehr bequem die Abbildungen mit Permutationkalkulus zu kalkulieren, und diese Kalkulationstechnik erscheint sich produktiv anwendbar in interessanten Spezialfällen, wenn die

Färbung der Elemente in zwei Farben gegeben ist. Weiter ist die Theorie der Färbung der Karten entwickelt, welche verschiedene geometrische Objekte der Graphen auf Oberflächen gibt, –die Zyklen der Ecken in der Einbettungen der Graphen in Oberflächen, was weiter die Einteilung der Kanten der Graphen in zwei Typen – in zyklische Kanten und schneidende Kanten geben.

Eine der prinzipialen Auffassung dieser Arbeit ist, daß wir einen eindeutigen Abbildung zwischen Permutationen und Grapheneinbettungen auf Oberflächen einführen. Mit der Normalisierung einer (nämlich, rechter) der Kantenrotationen wurde erreicht, daß die Karte nur durch eine Rotation determiniert ist, was bedeutet, daß für jede Karte in der Klasse aller Karten nur eine Permutation entspricht. Durch die Ausdehnung dieser Annahme kann man sagen, daß für jede Formel der Permutationen, die eine neue Permutation berechnet, ein neues Objekt in der Graphen auf Oberfläche entspricht.

Diese Idee wurde mit der Organisation der Permutationrechnungen in der auf Computer ausgebildeten Umgebung weiter entwickelt. Im Prozeß der Arbeit erwies sich, daß man viele wichtige Objekte für die Graphen auf Oberflächen mit der Hilfe der einfachsten Operationen mit Permutationen, nämlich die Multiplikation der Permutationen und die Eingrängzung der Permutation auf gewisse spezifizierte Untermenge der Elemente, berechnen kann.

Mit Hilfe der einfachsten Algorithmen, zum Beispiel, gut bekannten zigzag-walk, was den kombinatorischen Knoten der Karte gibt, kann man den möglichen Umfang der Berechnungen sehr stark erweitern. Dennoch genügt es nicht auch mit diesen Operationen, daß da möglich wäre einen mehr oder weniger ernstesten Algorithmus zu bauen, zum Beispiel die Planarisierung des Graphes oder die Unterhaltung der Verteilung des Graphes in Dreikomponenten.

Trotzdem sehen wir gerade in dieser Richtung die wichtigste Motivation der Entwicklung dieser Auffassung, denn tiefere Forschung der kombinatorischen Karten und Erweiterung der Möglichkeit der Berechnungen mit einfachsten Operationen gibt die Hoffnung, daß der Umfang dieser Operationen wachsen muß, und wir sehen keine prinzipiale Hindernisse, daß diese einfachsten Operationen auch mehr wichtige Algorithmen umfassen könnten.

Die Dissertation enthält 61 Seiten, in 15 Kapitel eingeteilt, und ihre wichtigste Ergebnisse sind in drei Arbeiten [11, 12, 13] veröffentlicht.

### **Die Zusammenfassung der Dissertation nach den Abteilungen**

Das erste Kapitel ist die Vorrede, die eine allgemeine Anzeige der Natur dieser Arbeit gibt.

Das zweite Kapitel, das aus vier Teile besteht, heißt Einleitende Vorbesprechungen. Die erste Vorbesprechung sieht die Schemen der Rotationen und unsere Methode ihrer Betrachtung an. Mit der prähistorischen Betrachtungen beginnend sind die wichtigsten prinzipialen Grundlagen in dieser Arbeit von der übereinstimmenden Abbildung zwischen die Klassen der Permutationen und die Klassen der Graphen auf der Oberflächen ausgelegt, und wie diese Methode später ausgenützt ist.

Die zweite Vorbesprechung spricht über die Graphentopologie und in welcher Weise diese Arbeit sie betrachtet. Die dritte Vorbesprechung spricht über die Permutationenberechnungen und die algorithmische Umgebung auf die Computer. Drei Typen der Operationen sind definiert, entsprechend die Operationen der Permutationenberechnungen, die sehr einfache algorithmisch

durchführbare Operationen und die anderen, die zwischen diesen vorigen nicht eingeschlossen sein können.

Die vierte Vorbesprechung betrifft einige prinzipielle Fragen, was die Verwendung der kombinatorischen Karten in graphen-topologischen Berechnungen bedeutet.

Das dritte Kapitel betrifft Permutationen im Allgemeine und die in dieser Arbeit verwendete Bezeichnungen.

Das vierte Kapitel ist eine kurze Anzeige, wo man die Information über die kombinatorischen Karten in einer allgemeineren Auslegung als in dieser Arbeit finden kann.

Das fünfte Kapitel mit seinen sechs Unterabteilungen betrifft die kombinatorischen Karten, die als ein Paar der Permutationen mit einer zugesetzten Anforderung, daß die Kantenrotation nur die graphischen Kanten besitzt, definiert sind. In diesem Kapitel sind einige einfache Karteneigenschaften betrachtet, eingeführt sind die beschlossenen Kartenklassen mit fixierter rechter Kartenrotation und Normalkarten mit einer ausgewählten (und fixierten für alle Kartenklasse) rechten Kartenrotation.

**Beispiel 1.** *Das Beispiel der kombinatorischen Karte:*

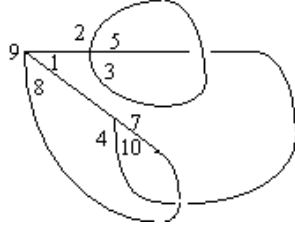
$$P = (189)(2536)(47\bar{0})$$

$$Q = (17926)(3548\bar{0})$$

$$\pi = (12)(34)(56)(78)(9\bar{0})$$

$$\varrho = (14)(23)(5\bar{0})(69)(78)$$

In der dritten Unterabteilung sind die Kartenklassen mit fixierter linken Kantenrotation betrachtet. Gezeigt ist, daß die



Picture 1: The drawing of the map in the example

selbstvereinigte Karten die Klasse bildet, wo die rechte und die linke Kantenrotationen gleich sind, und diese Klasse (die einzige aus allen) die Untergruppe der Gruppe allen Karten ist, aber die übrigen Klassen mit fixierter linker Kantenrotation die linken Nebenklassen dieser Untergruppe sind.

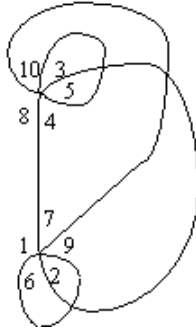
Die vierte Unterabteilung betrachtet den Knoten der Karten und zeigt, daß für jede Kartenklasse mit fixierter linken Kantenrotation der kombinatorische Knoten fixiert ist. Man prüft das Theorem, daß man jede Karte mit der Multiplikation ihres Knotens mit selbstvereinigter Karte [ die die Knotung gennant ist] ausgedruckt sein kann.

**Beispiel 2.**  $K_4$  entsprechende kombinatorische Normalkarte:

$$P = (19\bar{1})(4\bar{2}8)(236)(57\bar{0})$$

$$Q = (1\bar{0}6)(24\bar{1})(358)(79\bar{2})$$

$$\varrho = (17)(28)(3\bar{0})(49)(5\bar{2})(6\bar{1})$$



Picture 2: The drawing of the dual map in the example

*Der Knoten dieser Karte ist gleich*

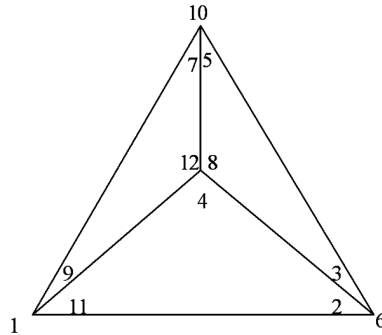
$$\mu = (1287)(349\bar{0})(56\bar{1}\bar{2})$$

*Die entsprechende Knotung ist:*

$$\alpha = (1\bar{0}\bar{1}29\bar{2})(358)(467)$$

Die nächsten Unterabteilungen betrachten das Kartenisomorphismus und das graphische Kartenisomorphismus.

Das sechste Kapitel betrachtet die Parzialkarten, die sich als ein sehr wichtiger Begriff in der Forschung der Karten im allgemeinen zeigt. Dieses Kapitel besitzt 11 Unterabteilungen. Die erste Unterabteilung betrachtet die Zeichnung der Parzialkarten, wo die Prozedur der Zeichnung in derselben Zeit als die Prüfung dient, daß jedem Permutationpaar eine graphische Parzialkarte entspricht, wo die erste die Unterkarte jener Karte ist. Dieser Begriff ist formalisiert durch die Einleitung



Picture 3: The drawing of the map considered in the example

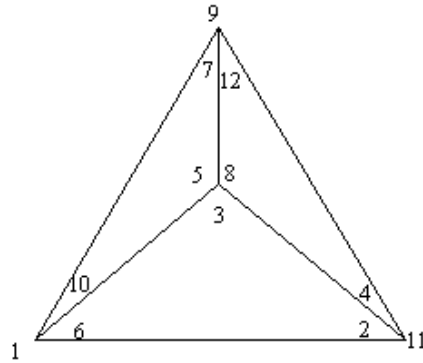
des kombinatorischen Objekts – der Abbildung der Parzialkarte, die selbst die kombinatorische Karte ist.

**Beispiel 3.** *Die Parzialkarte*

$$\left\{ \begin{array}{l} (12)(34)(56) \\ (135)(246) \\ (145236) \end{array} \right.$$

*Die Abbildung der Parzialkarte:*

$$\left\{ \begin{array}{l} (1\bar{1}2\bar{2})(3\bar{3}4\bar{4})(5\bar{5}) \\ (135)(246)(\bar{6}3\bar{2}5\bar{4}\bar{1}) \\ (\bar{1}4)(\bar{2}3)(\bar{3}6)(\bar{4}5)(\bar{5}2)(\bar{6}\bar{1}) \end{array} \right.$$



Picture 4: The drawing of the dual map considered in the example

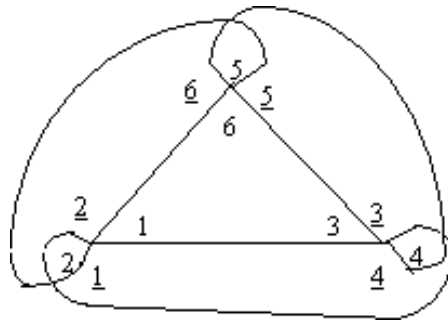
Im dritten Kapitel wird die geometrische Interpretation der nicht graphischen Kanten der Parzialkarten betrachtet, daß sich die Parzialkarte als Unterkarte einer Karte betrachten läßt, wo man die letzte bekommen kann, wenn die nichtgraphischen Kanten [als leer betrachtet] mit Polygonen verkleibt sind. Diese Karte wird reduzierte (oder gekürzte) Abbildung genannt.

Die Unterabteilungen von der sechsten bis elften betrachten einige engere Fragen.

Das siebente Kapitel besitzt nur eine kurze Literatur-Anzeige, wo man die Kartenbetrachtung finden kann, der die Graphen auf nicht orientierbaren Oberflächen in Entsprechung stehen.

Das achte Kapitel besitzt die Theorie der Zyklendeckungen. Die Zyklendeckung wird solche Permutation genannt, daß jede Anwendung dieser Permutation der Vertexrotation oder der Kantenrotation folgt.

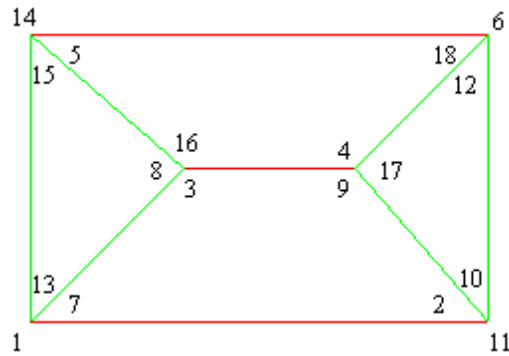
Die geometrische Interpretation der Orbits in der Zyklen-



Picture 5: The drawing of the image of the partial map

deckung ist die Zyklen des Graphes, wobei man für jeden Zyklus in dem Graph eine solche Zyklendeckung finden kann, die den entsprechenden Orbit enthält. Diese Zyklendeckung enthält gleichzeitig nur einen kleinen Teil aller Zyklen, aber dieses Objekt ist sehr einfach und seine Forschung statt aller Menge der Zyklen die Ergebnisse gibt, die sehr oft in graphentopologischen Forschungen verwendbar sind. Deshalb wird da eine sehr wichtige Rolle für die Forschung dieser Objekte in dieser Arbeit eingezeigt. Zum Vergleich mit den in der Literatur gut bekannten Zyklen, von Stahl entdeckten, die sich brauchbar für die Prüfung des Jordantheorem der Kurven in dem kombinatorischen Falle [28] erwiesen und sehr unbequem definierbar sind und darunter ihre Verwendung in anderen Fallen fraglich ist, das bei uns eingeführte Objekt ist sehr einfach.

Die Zyklendeckung erteilt die Kanten der Karte in vier Gruppen, entsprechend Zyklenkanten, Schnittkanten, Kroßkanten und Rekurenzkanten.



Picture 6: The drawing of the prism graph with marked cycle-edges.

**Beispiel 4.** *Normalisierte planare kombinatorische Karte, die entspricht dem Prismagraph:*

$$P = (1\bar{3}7)(2\bar{0}\bar{1})(3\bar{8}\bar{6})(4\bar{7}9)(5\bar{5}\bar{4})(6\bar{2}\bar{8})$$

$$Q = (1\bar{4}6\bar{1})(2937)(4\bar{8}5\bar{6})(8\bar{5}\bar{3})(\bar{0}\bar{2}\bar{7}).$$

*Die Zyklendeckung ohne inneren Kanten (in diesem Falle die einzig mögliche):*

$$(1\bar{4}5\bar{6}37)(294\bar{8}6\bar{1})(8\bar{5}\bar{3})(\bar{0}\bar{2}\bar{7}).$$

Mit Hilfe von zyklischen Kanten, d.h. Zyklenkanten und Rekurenzkanten und der Eingranzung der Zyklendeckung auf

ihnen bekommen wir die sogenannte Unterkarte der Zyklendeckung. Das Theorem ist geprüft, daß die Unterkarte der Zyklendeckung eine kombinatorische Karte ist.

Ein sehr wichtiger Umstand ist das, daß die Zyklendeckungen und die Begriffe, die sie charakterisieren, sehr einfach berechenbar sind. Die Verhältnisse zwischen Zyklendeckungen und die Verteilungen der Kantenrotation nach der Typen der Kanten sind in der achten Unterabteilung betrachtet. Der zehnte Unterabteilung betrachtet einzige wichtige Theoremen, die die Veränderungen in der Kantentypen der Karte, wenn sie mit rechter Kantenrotation multipliziert ist, betrachtet.

Das neunte Kapitel betrachtet einen sehr wichtigen Fall der Zyklendeckung, wenn die Karte nur die Kanten von zwei Typen enthält, nämlich die Zyklenkanten und die Schnittkanten. In diesem Falle kann man die Menge der Elemente in zwei Farben in solche Weise ausmalen, daß jede Kante in der Kantenrotation beide Farben bekommt. Diese Zyklendeckungen bezeichnet man als färbungsbar. Dieser Fall ist sehr wichtig auch deshalb, daß die Zyklendeckungen mit dem Algorithmus berechenbar sind, was in der Literatur zigzag-walk heißt. Wie bekannt ist, fixiert dieses zigzag-walk auch den Knoten in der kombinatorischen Karte.

Die zweite Unterabteilung des neunten Kapitels betrachtet einzige Ergebnisse der Anwendung der färbungsbaren Deckungen der Karten für die Lösung der graphentopologischen Probleme. In Abteilungen 9.2.2 und 9.2.3 ist die Auffassung demonstriert, was in der Einleitung formuliert ist: nach der Prüfung eines konkreten Theorems über Permutationen (Theorem 55), welche eine direkte Interpretation hat, sind die Kosequenzen im graphisch-topologischen Sinne betrachtet. Daneben ist eine einfache Methode angegeben, wie die Zyklen in der Zyklendeckung geschnitten werden können.

Im zehnten Kapitel sind die Permutationsrechnungen im

Falle, wenn die Menge der Elemente in gewissen Untermengen eingeteilt ist, betrachtet.

Im elften Kapitel ist dieselbe Technik für die Berechnung der Abbildung der Parzialkarte und die entsprechende Charakterisierungen verwendet. Der Knoten und die Knotung ist berechnet, wenn sie nach dem zizag walk spezifiziert sind. Danach ist diese Technik für die Berechnung der Parzialkarten, die durch färbungbaren Zyklendeckung definiert sind, gebraucht.

Zwölftes Kapitel betrachtet einzige topologische Operationen, wie sie durch die Berechnungen der Parzialkarten ausführbar sind. Die Typen der Operationen sind nach der Kompliziertheit dieser Operationen geforscht, und sie sind nach den drei Typen der Operationen, wie das in der Einleitung charakterisiert ist, klassifiziert.

Im dreizehnten Kapitel ist eine in PASCAL ausgebildete Umgebung für die Berechnungen der kombinatorischen Karten und ihrer Charakterisierungen betrachtet. In dieser Umgebung werden verschiedene Hypothesen, theoretische Annahmen und algorithmische Lösungen geprüft. In dieser Umgebung sind die Karten und die Graphen entweder manual eingeleitet oder auch randomweise generiert. Die Größe der Graphen sind bis mehrere Hunderte der Kanten. Auf der Seite 54 ist das Protokoll eines Experiments gegeben.

In dem 14. Kapitel ist die Geschichte dieser Forschungen, die in dieser Dissertation erwähnt sind, gegeben. Dieses haben wir schon in der Einleitung besprochen.

Das 15. Kapitel ist eine Zusammenfassung dieser Dissertation, wo unsere Ergebnisse in den theoretischen und algorithmischen Forschungen besprochen sind.

Das 16. Kapitel enthält die Danksagungen.

Am Ende der Arbeit sind die Hinweise zur Literatur, Referate und nicht publizierte Manuskripte, insgesamt 62 Einheiten, die in drei Gruppen eingeteilt sind, gegeben. Die erste Gruppe

(26 Hinweisen) zeigt die Arbeiten anderer Autoren von den kombinatorischen Karten (und einschlägige Fragen) an. Die zweite Gruppe (6 Anzeige) enthält die Arbeiten, die den Bezirk der Forschungen der vorigen Jahre von der Konstruktion der Algorithmen betreffen. Die dritte Gruppe enthält die Arbeiten des Autors entweder der vorigen oder der letzten Jahre, die direkt die Fargen , die in dieser Dissertation betrachtet sind, betreffen.

**Die Publikationen des Autors über das Thema der  
Dissertation**

**References**

- [1] P. Kikusts, D. Zeps. *Partitioning of the Two-Connected Graph into Three-Connected Components*, The Description of the Algorithm, submitted in Fund of programs in Moscow, 1978.
- [2] P. Kikusts, D. Zeps. *Graphs on surfaces*, Conf. LMS, Riga, 1994.
- [3] D. A. Zeps. *Exhaustive search algorithm to find Hamiltonian Cycle in Graphs*, EIK, 16, 1-3, Berlin, Akademie-Verlag, 1982, 69 - 75.
- [4] D. A. Zeps, *On the results of testing the algorithm to find the planar part of graph in random graphs*, Kaunas, N13, 1981.
- [5] D. A. Zeps. *Testing of the algorithm to find a planar part in the graph*, Vilnius, 1982, 5pp.
- [6] D. A. Zeps. *Packet of Programs of graph-theoretical algorithms: planarity and implementation of the graph*, Novosibirsk, 1982, 4pp.
- [7] D. A. Zeps. *On the Dynamic Partitioning of the Graph in Threeconnected Components*, Republican Fund of Algorithms and Programs, Inv. N. UA0003Riga, 1984, 16pp.
- [8] D. A. Zeps. *Manual of Graph Theoretical Monitor: Connectivity(GTMC1)*, Republican Fund of Algorithms and Programs, Inv.N. UM0071, Riga, 1985, 17pp.

- [9] D. A.Zeps. *Another Theory of Triconnectivity. Prague,* KAM MFF UK, N 90-168, Prague, 1992., 6pp.
- [10] D. Zeps. *Graphs with rotation in permutation technique,* KAM Series, N 94-274, 1994, Prague, Charles University, 8pp.
- [11] D. Zeps. *Graphs as rotations,* KAM Series, 96-327, Prague,1996, 9pp.
- [12] D. Zeps. *Graphs with rotations:partial maps,* KAM Series, 97-365, 1996, 12pp.
- [13] D. Zeps. *The use of the combinatorial map theory in graph-topological computations ,* KAM Series, 97-364, Prague, 1997, 8pp.

**Die Publikationen der übrigen Autoren über das  
Thema der Dissertation**

- [14] P. Bonnington, C.H.C. Little, *Fundamentals of topological graph theory,* Springer-Verlag, N.Y.,1995.
- [15] G. Burde, H. Zieschang. *Knots,* Walter de Gruiter, Berlin N.Y., 1985.

- [16] J. K. Edmonds. *A combinatorial representation for polyhedral surfaces*, Notices Amer. Math. Soc. (1960), 646.
- [17] M. Ferri, C. Gagliardi. *Cristallisation Moves*, Pacific Journ. Math., Vol.100. No 1, 1982.
- [18] P. J. Giblin. *Graphs, Surfaces, and Homology*. John Willey & Sons, 1977.
- [19] L. Heffter, *Über metacyklische Gruppen und Nachbarconfigurationen*, Math. Ann. 50, 261- 268, 1898.
- [20] A. Jacques. *Sur le genre d'une paire de substitutions*, C.R.Acad. Sci.Paris ser:I Math. **367**, 625-627,1968.
- [21] S. Lins. *Graph Encoded Maps*, Journ.Comb.Theory, Series B 32, 171-181, 1982.
- [22] C.H.C. Little, *Cubic combinatorial maps*, J.Combin.Theory Ser. B 44 (1988), 44-63.
- [23] Yanpei A. Liu *Polyhedral Theory on Graphs*, Acta Mathematica Sinica, New Series, 1994, Vol.10,No.2, pp.136-142.
- [24] G.Ringel. *Map Color Theorem*, Springer Verlag, 1974.
- [25] P. Rosenstiel, R.C. Read. *On the principal edge tripartition of a graph*, Discrete Math. 3,195-226, 1978.
- [26] S. Stahl. *The Embedding of a Graph - A Survey*. J.Graph Th., Vol 2 (1978), 275-298.
- [27] S. Stahl. *Permutation-partition pairs: A combinatorial generalisation of graph embedding*, Trans Amer. Math. Soc. 1 (259) (1980), 129-145.
- [28] S. Stahl. *A combinatorial analog of the Jordan curve theorem*, J.Combin.Theory Ser.B 35 (1983), 28-38.

- [29] S. Stahl. *A duality for permutations*, Discrete Math. 71 (1988), 257-271.
- [30] S. Stahl. *The Embedding of a Graph — A Survey*, Journ.Graph Theory, Vol.2, 275-298, 1978.
- [31] W.T.Tutte. *Combinatorial maps*, in *Graph theory*, chapter X, 1984.
- [32] A. Vince. *Combinatorial maps*, J.Combin.Theory Ser.B 34 (1983), 1-21.
- [33] T. R. S. Walsh, *Hypermaps Versus Bipartite Maps*, Journ. Comb. Math., Ser B 18, 155-163, 1975.
- [34] A. T. White. *Graphs, Groups and Surfaces*, North-Holland, P.C., 1973.
- [35] H. Wielandt. *Finite Permutations Groups*, Academic Press, New York, 1964.
  
- [36] Z. Galil, G. F. Italiano. *Fully Dynamic Algorithms for 2-Edge Connectivity*, Technical Report CUCS-016-91, Columbia University, 1991, 29 pp.
- [37] Z. Galil, G. F. Italiano. *Maintaining the 3-edge-Connected Components of a Graph On-line*, Technical Report CUCS-017-91, Columbia University, 1991, 24 pp.
- [38] A. Kanevsky, G. D. Battista, R. Tamassia, J. Chen. *On-Line Maintenance of the Four-Connected Components of a Graph*, extended abstract, IEEE, 1991.

- [39] R. Tarjan. *An Efficient Planarity Algorithm*. Stanford University, STAN-CS-244-71, 1971.